

УДК 621.771.01

Сатонин А. В.
Присяжный А. Г.
Спаская А. М.
Сорокина Р. В.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ХОЛОДНОЙ НЕПРЕРЫВНОЙ ПРОКАТКИ ПОЛОС ИЗ МЕДИ И ЕЕ СПЛАВОВ

Расширение сортамента и ужесточение требований к основным показателям качества холоднокатаных полос из меди и ее сплавов, прокатываемых на современных непрерывных станах, обуславливает необходимость в повышении точности математических моделей напряженно-деформированного состояния металла [1].

Инженерные математические модели, используемые при холодной прокатке относительно тонких полос [2, 3], характеризуются минимальной трудоемкостью и максимальным быстродействием, но вместе с тем требуют упрощения геометрических форм очага деформации, а также усреднения показателей механических свойств прокатываемого металла и условий внешнего контактного трения. Отмеченное существенно снижает степень достоверности предоставляемых значений текущих по длине очага деформации характеристик напряженно-деформированного состояния металла.

С учетом сказанного выше значительный интерес представляет реализация численных одномерных конечно-разностных подходов, основанных на разбиении очага деформации и организации последующих рекуррентных решений, исходя из различных предпосылок, и позволяющих в полной мере учесть реальный характер распределений геометрических параметров, механических свойств и условий внешнего контактного трения по длине дуги контакта металла с валками [4–7]. Вместе с тем дальнейшее уточнение аналитических описаний граничных условий очага деформации позволит повысить степень достоверности численных одномерных математических моделей локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла, в том числе и при непрерывной холодной прокатке полос из меди и ее сплавов.

Целью работы является развитие численных одномерных математических моделей локальных и интегральных характеристик напряженно-деформированного состояния металла при холодной непрерывной прокатке полос из меди и ее сплавов на основе уточнения граничных условий очага деформации.

В рамках предлагаемых математических моделей использованы соответствующие работе [8] расчетные схемы очага деформации и выделенных в нем элементарных объемов металла, представленные на рис. 1. Непосредственно математическое моделирование основывалось на разбиении всего очага деформации на конечное n -е множество i -х элементарных объемов металла и последующем численном рекуррентном решении конечно-разностной формы условия статико-динамического равновесия, рассматриваемого в рамках каждого из них. При этом интегральный очаг деформации принят состоящим из зоны пластического формоизменения металла протяженностью $L_{пл}$, включающей в себя зону отставания протяженностью $L_{от}$ и зону опережения протяженностью $L_{оп}$, а также зоны упругого восстановления прокатываемой полосы протяженностью $L_{уп}$ (см. рис. 1). Протяженность зоны упругого сжатия прокатываемой полосы в сечении на входе в рабочие валки имеет весьма незначительную величину и поэтому принята не превышающей протяженности одного выделенного элементарного объема металла. Кроме того, в рамках разработанных численных одномерных математических моделей были приняты следующие основные допущения:

- пластическое течение металла является двумерным и подчиняется гипотезе плоских сечений [3];
- длины дуг контакта на верхнем и нижнем рабочих валках – одинаковы, а граничные сечения зон пластического и упругого формоизменения – вертикальны;

– нормальные осевые напряжения σ_x и удвоенные значения сопротивления сдвигу $2K_x$ металла прокатываемой полосы изменяются только по длине очага деформации, а по высоте каждого отдельного поперечного сечения распределены равномерно;

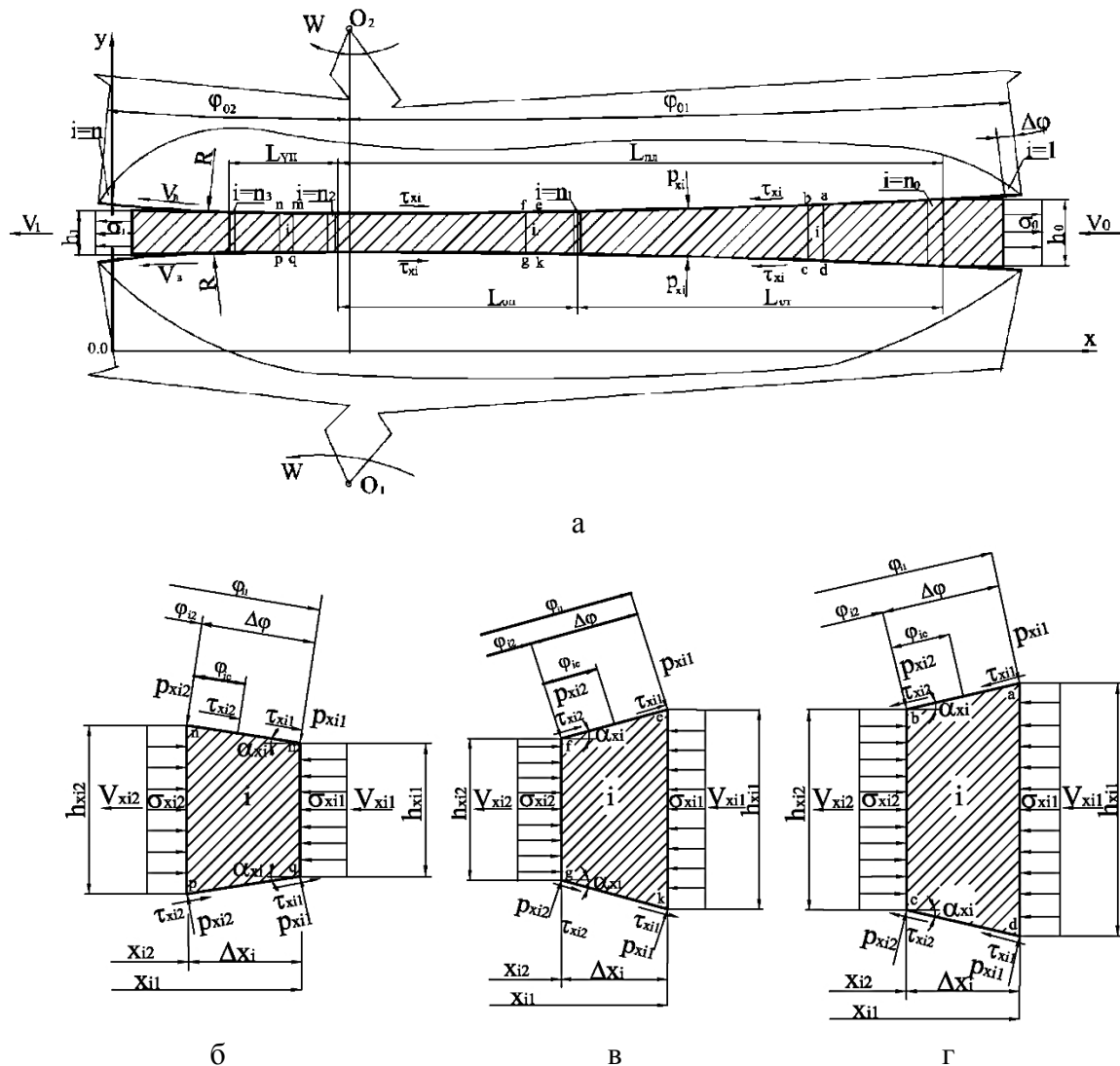


Рис. 1. Расчетные схемы интегрального очага деформации (а) процесса холодной непрерывной прокатки относительно тонких полос, а также элементарных объемов металла, выделенных в зоне упругого восстановления (б), в зоне опережения (в) и в зоне отставания (г) [8]

– характер изменения текущих толщин $h_{xi} = h_{xi1} \dots h_{xi2}$, нормальных осевых $\sigma_{xi} = \sigma_{xi1} \dots \sigma_{xi2}$, а также нормальных контактных $P_{xi} = P_{xi1} \dots P_{xi2}$ и касательных $\tau_{xi} = \tau_{xi1} \dots \tau_{xi2}$ напряжений по длине каждого отдельного выделенного i -го элементарного объема металла (см. рис. 1) является линейным;

– для определения касательных контактных напряжений используется закон трения, предложенный Левановым и Колмогоровым [9], численная интерпретация которого согласно работе [8] имеет следующий вид:

$$\tau_{xi2} = f_{xi2} P_{xi2} [1 - \exp(-1,444 P_{xi1} / 2K_{xi1})], \quad (1)$$

где f_{xi2} – текущее по длине очага деформации значение коэффициента внешнего контактного трения, определяемое по аналогии с методиками работ [5, 7] в зависимости от геометрической координаты x_{i2} отдельно для зоны отставания и зоны опережения как:

$$f_{xi2} = f_{om0}[(x_{i2} - L_{on}) / (L_{nl} - L_{on})]^{a_f} \quad \text{при } L_{on} \leq x \leq L_{nl}; \quad (2)$$

$$f_{xi2} = -f_{on0}[(L_{on} - x_{i2}) / L_{on}]^{a_f} \quad \text{при } 0 \leq x < L_{on}, \quad (3)$$

где f_{om0}, f_{on0} – опорные значения коэффициентов внешнего контактного трения в сечениях, соответственно, на входе и выходе из зоны пластического формоизменения металла;
 a_f – степенной показатель, отображающий реальный характер изменения коэффициентов внешнего контактного трения по длине зоны пластического формоизменения;

P_{xi1}, P_{xi2} – нормальные контактные напряжения, соответствующие начальному и конечному граничным сечениям i -го элементарного объема;

$2K_{xi1}$ – значение удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла, соответствующее начальному граничному сечению i -го элементарного объема и определяемое аналогично работе [5] как:

$$2K_{xi1} = 1,155(\sigma_{m0} + a_1 \varepsilon_{xi1} + a_2 \varepsilon_{xi1}^2 + a_3 \varepsilon_{xi1}^3), \quad (4)$$

где σ_{m0} – напряжение текучести данного металла в отожжённом состоянии;

$\varepsilon_{xi1} = (H_0 - h_{xi1}) / H_0$ – текущее значение показателя степени деформации, определяемое текущим значением h_{xi1} и толщиной полосы в её отожжённом состоянии;

a_1, a_2, a_3 – коэффициенты регрессии полиномиального описания, характеризующего интенсивность деформационного упрочнения данного металла или сплава [5];

– с учетом полной формы записи условия пластичности [3] уравнение связи нормальных контактных и нормальных осевых напряжений имеет следующий вид [8]:

$$\sigma_{xi2} = P_{xi2} - 2K_{xi2} \sqrt{1 - \{ |f_{xi2}| [1 - \exp(-1,444 P_{xi1} / 2K_{xi1})] \}^2} = P_{xi2} - 2K_{xi2} a_{fxi2}, \quad (5)$$

где $a_{fxi2} = \sqrt{1 - \{ |f_{xi2}| [1 - \exp(-1,444 P_{xi1} / 2K_{xi1})] \}^2}$ – вспомогательная переменная, используемая для упрощения дальнейшей формы записи;

$2K_{xi2}$ – значение удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла, соответствующее конечному граничному сечению i -го элементарного объема и определяемое по аналогии с формулой (4).

Непосредственно математическое моделирование по аналогии с методикой работы [8] заключалось в следующем. В соответствии с рис. 1 суммарный угол контакта металла с валками $\varphi_{0\Sigma}$, величина которого определяется как сумма углов контакта валков с зоной пластического формоизменения φ_{01} и зоной упругого восстановления φ_{02} , заведомо превышающих их реальные значения, разбивали на конечное n -е множество i -х элементарных объемов, имеющих угловые характеристики и геометрические координаты для начального φ_{i1}, x_{i1} и конечного φ_{i2}, x_{i2} граничных сечений, определяемые как:

$$\Delta\varphi = \varphi_{0\Sigma} / n; \quad \varphi_{i1} = \varphi_{01} - \Delta\varphi(i-1); \quad \varphi_{i2} = \varphi_{i1} - \Delta\varphi; \quad x_{i1} = R \sin \varphi_{i1}; \quad x_{i2} = R \sin \varphi_{i2}, \quad (6)$$

где R – радиус рабочих валков;

x – геометрическая координата, имеющая свое начало в вертикальной плоскости, соответствующей углу φ_{02} (см. рис. 1, а).

При этом в рамках первой итерационной процедуры рабочие валки принимали абсолютно жесткими, т. е. упруго недеформируемыми, исходя из чего определяли текущие значения толщин для начального h_{xi1} и конечного h_{xi2} граничных сечений каждого отдельного выделенного i -го элементарного объема [8]:

$$h_{xi1} = h_1 + 2R(1 - \cos \varphi_{i1}); \quad h_{xi2} = h_1 + 2R(1 - \cos \varphi_{i2}), \quad (7)$$

где h_1 – толщина полосы после пропуса.

Приняв по аналогии с работами [5, 7] за основу условие статико-динамического равновесия i -го выделенного элементарного объема, получили:

$$\sigma_{xi2}h_{xi2} - \sigma_{xi1}h_{xi1} - (\tau_{xi1} + \tau_{xi2})\Delta x_i + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi1} - h_{xi2}) + 0,5\rho_M(h_{xi1} + h_{xi2})\Delta x_i a_{xi} = 0, \quad (8)$$

где за положительные значения нормальных контактных p_{xi} и нормальных осевых напряжений σ_{xi} приняты напряжения сжатия, а противонаправленность касательных контактных напряжений τ_{xi} в зонах отставания и опережения учтена знаками, используемыми в аналитических описаниях текущих по длине очага деформации значений коэффициентов внешнего контактного трения (2) и (3);

$\Delta x_i = x_{i1} - x_{i2}$ – протяженность данного i -го элементарного объема металла;

ρ_M – показатель плотности материала прокатываемой полосы;

a_{xi} – величина ускорения деформируемого металла, имеющего место в рамках выделенного i -го элементарного объема и определяемая по уравнению: $a_{xi} = (V_{xi2}^2 - V_{xi1}^2) / (2\Delta x_i)$;

$V_{xi1} = V_1 h_1 / h_{xi1}$; $V_{xi2} = V_1 h_1 / h_{xi2}$ – скорости перемещения металла в начальном и конечном граничных сечениях выделенного i -го элементарного объема, связанные на основе гипотезы плоских сечений [3] со скоростью прокатки V_1 .

В результате совместного решения уравнений (5) и (8) после соответствующих математических преобразований по отношению к искомой величине нормальных контактных напряжений p_{xi2} в конечном граничном сечении i -го элементарного объема получили:

$$p_{xi2} = \{2[\sigma_{xi1}h_{xi1} + 2K_{xi2}a_{fxi2}h_{xi2} + (\tau_{xi1} + \tau_{xi2})\Delta x_i] + p_{xi1}(h_{xi1} - h_{xi2}) - \rho_M(h_{xi1} + h_{xi2})\Delta x_i(V_{xi2}^2 - V_{xi1}^2) / (2\Delta x_i)\} / (h_{xi1} + h_{xi2}). \quad (9)$$

После завершения расчета зоны пластического формоизменения последующий расчет напряженного состояния металла в зоне упругого восстановления прокатываемой полосы по аналогии с рекомендациями работы [8] производили на основе численного рекуррентного решения конечно-разностной формы условия статического равновесия выделенного i -го элементарного объема (см. рис. 1, б):

$$\sigma_{xi2}h_{xi2} - \sigma_{xi1}h_{xi1} - 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi2} - h_{xi1}) - (\tau_{xi1} + \tau_{xi2})\Delta x_i = 0, \quad (10)$$

где величина нормальных контактных напряжений p_{xi2} для конечного граничного сечения определяется исходя из закона Гука как:

$$p_{xi2} = (h_{xi2} - h_{xi1})E_n / [h_1(1 - \omega_n^2)], \quad (11)$$

где E_n , ω_n – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала прокатываемой полосы.

Решив совместно уравнения (10) и (11), относительно нормальных осевых напряжений σ_{xi2} в зоне упругого восстановления прокатываемой полосы получим следующее уравнение:

$$\sigma_{xi2} = \{\sigma_{xi1}h_{xi1} + 0,5(p_{xi1} + p_{xi2})(h_{xi2} - h_{xi1}) + (\tau_{xi1} + \tau_{xi2})\Delta x_i\} / h_{xi2}. \quad (12)$$

Кроме рассмотренных выше решений численное одномерное математическое моделирование процессов непрерывной холодной прокатки меди и ее сплавов также включало в себя [8]:

– определение номеров начального $i = n_0$, граничного $i = n_2$ и конечного $i = n_3$ элементарных объемов металла, исходя из соответствующих им значений толщин прокатываемой полосы h_{xi1} , h_{xi2} ;

– расчет начальных условий и условий связи в соответствии с используемой рекуррентной схемой решения, при которой результирующие характеристики i -го элементарного объема являются исходными характеристиками для расчета $(i + 1)$ элементарного объема;

– организацию итерационной процедуры по определению порядкового номера элементарного объема $i = n_1$, соответствующего нейтральному сечению зоны пластического формоизменения металла и обеспечивающего условие равенства расчетных и заданных нормальных осевых напряжений в последнем элементарном объеме очага деформации, т. е.

$$\sigma_{xi2}|_{i=n_3} = -\sigma_1;$$

– учет упругого сплющивания рабочих валков на основе численной интерпретации методики И. Я. Штаермана [5, 8, 10], то есть путем непосредственного расчета упругих радиальных перемещений образующих поверхностей рабочих валков для конечного W_{xi2} граничного сечения каждого отдельного i -го элементарного объема:

$$W_{xi2} = \frac{R}{E_\sigma} \sum_{i=1}^n \frac{p_{xi1} + p_{xi2}}{2} \left\{ 1 - \frac{2(1 - \omega_\sigma^2)}{\pi} [1 + \cos(\varphi_{i2} - \varphi_{ic})] \times \right. \\ \left. \times \ln \operatorname{tg} \frac{|\varphi_{i2} - \varphi_{ic}|}{2} \right] + \frac{(1 + \omega_\sigma)(1 - 2\omega_\sigma)}{2} \times \sin(|\varphi_{i2} - \varphi_{ic}|) \} \Delta\varphi + K_w p_{xi2}, \quad (13)$$

где E_σ, ω_σ – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона материала валков;

$\varphi_{ic} = (\varphi_{i1} + \varphi_{i2}) / 2$ – усредненное значение угла контакта для данного i -го элементарного объема, по отношению к которому осуществляется численное интегрирование;

K_w – коэффициент пропорциональности, являющийся упругой характеристикой контактных поверхностей рабочих валков [10];

– коррекцию текущих значений толщины полосы h_{xi2} с учетом упругих радиальных перемещений контактных поверхностей рабочих валков W_{xi2} в соответствии с уравнением:

$$h_{xi2} = h_1 + 2R - 2(R - W_{xi2}) \cos \varphi_{i2} - \delta O_1 O_2, \quad (14)$$

где $\delta O_1 O_2$ – вводимая поправка первоначальной величины межцентрового расстояния $O_1 O_2$ (см. рис. 1), определяемая исходя из условия $h_{xmin} = h_1$.

– повторную идентификацией номеров начального $i = n_0$, граничного $i = n_2$ и конечного $i = n_3$ элементарных объемов очага деформации;

– организацию численного интегрирования с целью определения силы, моментов и мощности процесса холодной непрерывной прокатки.

В качестве примеров результатов численной реализации разработанной математической модели на рис. 2 представлены расчетные распределения локальных и интегральных характеристик напряженного состояния при холодной непрерывной прокатке латуни марки Л63. Анализ полученных результатов показывает довольно сложный характер распределения по длине очага деформации локальных характеристик напряженного состояния металла (см. рис. 2, а). При этом сила прокатки с увеличением относительного обжатия и коэффициента внешнего контактного трения возрастает (см. рис. 2, б), что в полной мере соответствует данным работ [2, 3 и др.]. Отмеченное подтверждает обоснованность применения разработанных численных одномерных математических моделей при холодной непрерывной прокатке полос из меди и ее сплавов. В качестве одного из возможных направлений дальнейшего развития рассмотренных математических моделей можно указать дополнение их решениями по определению степени использования запаса пластичности металла прокатываемых полос.

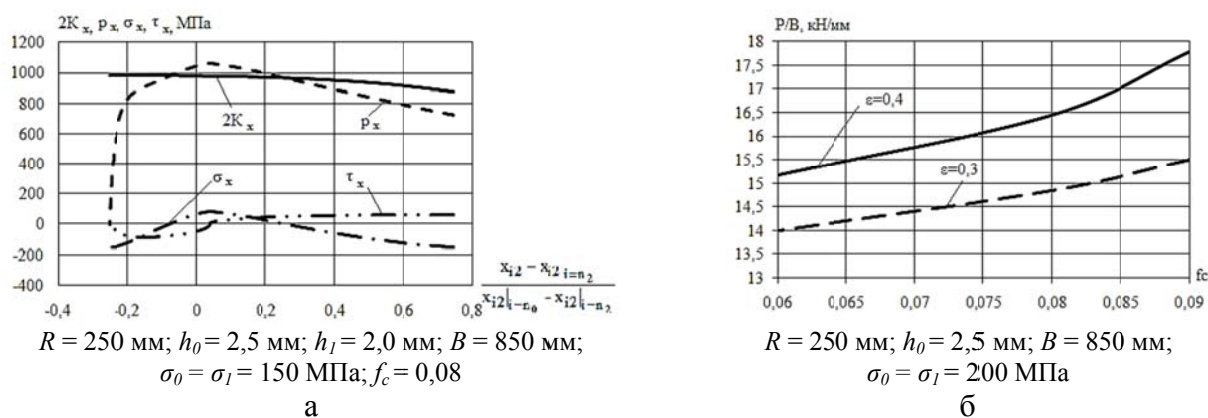


Рис. 2. Расчетные распределения локальных (а) и интегральных (б) характеристик напряженного состояния при холодной непрерывной прокатке латуни марки Л63 (h_0 – толщина полосы перед пропуском; B – ширина полосы; σ_0 – напряжение заднего натяжения; f_c – среднее значение коэффициента внешнего контактного трения)

ВЫВОДЫ

На основе уточнения граничных условий очага деформации разработана численная одномерная математическая модель процессов непрерывной холодной прокатки меди и ее сплавов. Результаты численной реализации данной математической модели подтвердили достаточный объем и степень достоверности предоставляемых результатов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новые технологии обработки давлением медных и цинковых сплавов / Р. Л. Шаталов, Н. А. Мочалов, Н. Ш. Босхамджиев, Р. Н. Кручер. – М. : Теплотехник, 2006. – 220 с.
2. Василев Я. Д. Инженерные модели и алгоритмы расчета параметров холодной прокатки / Я. Д. Василев. – М. : Металлургия, 1995. – 368 с.
3. Никитин Г. С. Теория непрерывной продольной прокатки : учебное пособие / Г. С. Никитин. – М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2009. – 399 с.
4. Мазур В. Л. Теория и технология тонколистовой прокатки (численный анализ и технические приложения) / В. Л. Мазур, А. В. Ноговицын. – Днепропетровск : РВА «Дніпро-VAL», 2010. – 500 с.
5. Федоринов В. А. Математическое моделирование напряжений, деформаций и основных показателей качества при прокатке относительно широких листов и полос : монография / В. А. Федоринов, А. В. Сатонин, Э. П. Грибков. – Краматорск : ДГМА, 2010. – 243 с.
6. Рациональный метод расчета на ЭВМ параметров тонколистовой прокатки / В. Л. Мазур, А. В. Ноговицын, А. Н. Добронравов // Известия вузов. Черная металлургия. – 1977. – № 2. – С. 54–59.
7. Сатонин А. В. Численное конечно-разностное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации различных технологических схем обработки давлением / А. В. Сатонин // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні : зб. наук. пр. – Краматорськ : ДДМА, 2001. – С. 559–564.
8. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния тонких полос при прокатке / А. В. Сатонин, С. С. Настоящая, В. А. Переходченко, А. Г. Присяжный // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета: сб. научн. трудов. – Пермь : Из-во «ПНИПУ», 2012. – Том 14. – № 4. – С. 15–23. – (Сер. : «Машиностроение, материаловедение»).
9. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А. Н. Леванов, В. Л. Колмогоров, С. П. Буркин и др. – М. : Металлургия, 1976. – 416 с.
10. Штаерман И. Я. Контактная задача теории упругости / И. Я. Штаерман. – М.-Л. : Гостеориздат, 1949. – 270 с.

Сатонин А. В. – д-р техн. наук, проф. каф. АММ ДГМА;

Присяжный А. Г. – ст. преп. ПГТУ;

Спаская А. М. – аспирант ДГМА;

Сорокина Р. В. – студент ДГМА.

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

ПГТУ – Приазовский государственный технический университет, г. Мариуполь.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua; andrejprisyazhnyj@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 11.02.2013 г.